

# 板料成形数值模拟的有限元模型及应用 II

## ——壳单元

(上海交通大学 塑性成形工程系, 上海 200030) 王金彦 陈 军 孙吉先 李明辉

**摘 要:** 本文回顾了板料成形数值模拟的壳单元模型研究发展概况, 阐述和比较了用于板料成形数值模拟几个经典壳单元模型的性能和特点, 指出了当前国际上该领域的研究热点及发展趋势。

**关键词:** 壳单元; 自锁; 沙漏; 隐式算法; 显式算法

**中图分类号:** TG376 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-2012 (2005) 01-0001-04

### 1 引 言

经典 Kirchhoff 壳体理论<sup>[1]</sup>采用以下 3 个基本假设: 变形前垂直于中面的法线在变形过程中仍保持为直线, 并仍垂直于中面; 壳体厚度在变形过程中保持不变; 忽略壳体厚度方向的法向应力。基于 Kirchhoff 壳体理论的壳单元, 通常称之为  $C^1$  连续性壳元, 由于和具体的壳体理论有关, 加之满足  $C^1$  连续性要求, 使单元构造非常困难, 不便于一般的工程实际问题。经典 Mindlin 壳体理论<sup>[1]</sup>对 Kirchhoff 壳体理论作了修正, 采用以下 3 个假设: 变形前垂直于中面的法线在变形过程中仍保持为直线, 但不再垂直于中面; 壳体厚度在变形过程中保持不变; 忽略壳体厚度方向的法向应力。基于 Mindlin 壳体理论位移和转动分别独立插值的壳单元, 通常称之为  $C^0$  连续性壳元, 构造起来比  $C^1$  连续性壳元简单, 但由于仍然与具体的壳体理论有关, 这对工程实际问题遇到的一般壳体结构使用起来是困难的。所以一般的工程分析大都采用基于 Mindlin 壳体理论的退化壳单元<sup>[2]</sup>, 其由三维实体单元退化而来, 是采用一种特殊的几何及运动描述。这是 S. Ahmad, O. C. Zienkiewicz 等对计算力学的一大贡献。不同于基于 Kirchhoff 壳体理论的壳单元, 基于 Mindlin 壳体理论的退化壳单元考虑了剪切效应, 当用于厚度较薄的板料成形问题时, 应注意消除剪切自锁行为。

### 2 板料成形壳单元模型

著名的 Hughes-Liu (HL) 壳单元<sup>[3]</sup>和 Belytschko-Tsay (BT) 壳单元<sup>[4]</sup>是板料成形有限元分析中应用得最广泛的壳单元模型, 两种壳单元模型都采用了 Mindlin 壳体理论的 3 个基本假设。HL 单元由于从三维实体单元退化而来, 有较高的计算精度, 但在每一增量步都需要计算 Jaumann 应力, 其缺点是计算量大。BT 单元适用于显式算法, 由于采用了基于随动坐标系的应力计算方法, 而不必计算费时的 Jaumann 应力, 有很高的计算效率, 在一般情况下能得到与 HL 单元较为一致的计算结果, 因而成为显式有限元分析最有效的一种单元。图 1 为采用 BT 单元模型对摩托车油箱进行成形分析的一个考例。

BT 单元基于正交沙漏控制技术发展而来, 需要人工输入摄动沙漏控制参数, 巧妙地回避了剪切自锁问题, 但仍没有解决体积自锁问题。为适应板料成形的不同情况, 还发展了几种其它单元模型:

1) Belytschko-Tsay 膜单元 (BTM)。BTM 单元采用了 BT 单元公式, 但在厚度方向只采用一点积分, 因此, BTM 单元不能考虑弯曲效应, 在以张拉为主的成形分析中, BTM 单元是非常有效的。

2) 选择降阶积分 Hughes-Liu (FHL) 单元。FHL 单元采用 HL 单元的计算公式, 但积分点的选择有所不同, 采用全阶  $2 \times 2$  积分; 为消除剪切自锁, 横向剪切应变项仍采用一点积分。FHL 单元虽然能得到较好的计算结果, 但需要更长的计算时间, 适用于变形非常复杂、沙漏比较明显的板料成形分析。

3) 基于随动坐标的全阶积分 Hughes-Liu 壳单元 (CFHL)。CFHL 单元基于 FHL 的计算公式,

王金彦 E-mail: gerald\_wang@163.com

作者简介: 王金彦, 男, 1964 年生, 上海交通大学, 博士生, 副教授, 现从事板料成形数值模拟理论及应用研究工作

收稿日期: 2004-02-23; 修订日期: 2004-10-20

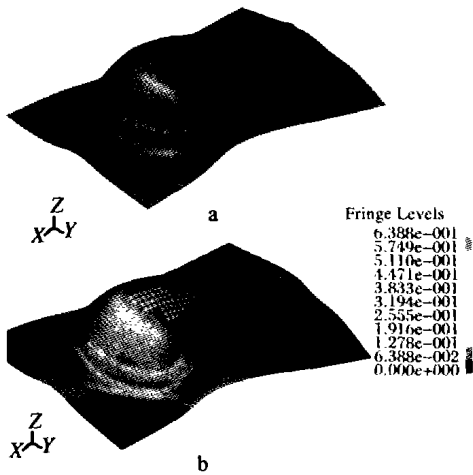


图 1 摩托车油箱冲压成形仿真

a) 成形后的变形网格图; b) 成形后的等效应变分布图

Fig. 1 The simulation of stamping of the motor fuel tank

a) the deforming grid after forming; b) the distribution of equivalent strain after forming

但采用随动坐标下的应力计算代替了费时的 Jaumann 应力转动计算, 因而比 FHL 单元具有更高的计算效率, 可以看成是 FHL 单元的一种替代单元。

4) Englemann-Whirley 单元 (EW)。EW 单元基于 BT 单元的计算公式, 只是沙漏控制方法不同。在 EW 单元中, 采用了假定应变方法计算沙漏控制力, 不需要任何人工沙漏控制参数。

5) 全阶积分 Belytschko-Tsay 膜单元 (FBTM)。与 BTM 单元相比, FBTM 单元在参考面上采用  $2 \times 2$  积分法则, 因而避免了沙漏变形。

Belytschko 等在 90 年代中期采用假设应变法提出了一个物理稳定的一点积分四节点壳单元, 不需要人工参数, 且克服了剪切自锁问题<sup>[5]</sup>。该单元模型计算精度可与全阶积分单元比拟, 且保持了一点积分单元的计算效率。Q. Zeng 等提出了一个类似的四节点壳单元模型, 改善了物理稳定力的计算<sup>[6]</sup>。M. Kawka 等对 ITAS-3D 用于板料成形的退化壳元考虑了物质坐标系与局部坐标系的不耦合, 提出了一个精化算法用以实施 Hill 正交各向异性屈服准则<sup>[7]</sup>。A. Tabiei 等最近基于 BT 单元的计算格式, 但节点采用 9 个自由度, 建立了一个用于动力显式算法的非线性高阶剪切变形的四节点壳单元<sup>[8,9]</sup>。该单元模型保持了  $C^0$  连续性假设, 采用了选择降阶积分技术, 适用于复合板及层合板的成形分析。

与国外相比虽然存在较大差距, 但自 90 年代以来, 我国科技工作者在板料成形的有限元模型研究方面也取得了显著的进步。董湘怀在 90 年代初做了轴对称及三维板料成形的有限元模拟<sup>[10]</sup>。吴勇国等

采用 T. L. 格式提出了基于 Kirchhoff 壳体理论的三维板料成形三角形有限元模型<sup>[11]</sup>, 模拟了汽车零件油槽的成形过程; 并采用 U. L. 格式建立了退化四节点壳单元动力学有限元模型<sup>[12]</sup>, 模拟了盒形件的拉深成形。柳玉启等将离散 Kirchhoff 理论平板弯曲和薄膜单元的组合模型引入弹塑性有限变形的虚功率增率型原理, 提出了板料成形离散 Kirchhoff 理论单元模型<sup>[13]</sup>, 并模拟了方盒件的拉深成形。雷正保等做了受冲薄臂结构动力效应的显式有限元分析<sup>[14]</sup>。

### 3 新型壳单元模型

非协调元在线性领域的应用已获得很大的成功, 它不仅可以克服构造  $C^1$  类协调元的困难, 还可以改进  $C^0$  或  $C^1$  协调元的单元精度和性能。非协调元在非线性的应用由于受到各种因素的制约, 远没有在线性领域的应用成熟, 但已成为国际计算力学研究的热点。20 世纪 90 年代初, J. C. Simo 等基于 Hu-Washizu 广义变分原理, 发表了一系列论文<sup>[15~17]</sup>, 提出了 EAS (The Enhanced Assumed Strain) 方法, 奠定了非协调模式用于非线性有限元分析的理论基础。为便于将大变形分析的 EAS 方法应用于工程实际, Büchter 和 Ramm 提出了另外一种形式的变分基础<sup>[18]</sup>, 他们应用的是将 Green-Lagrange 应变张量分解为协调及增广部分, 假设应力为第 II 类 Piola-Kirchhoff 应力。在此基础上, 各国科学家共同努力构造了广泛应用于工程结构分析和金属成形分析的新型壳单元模型<sup>[19~24]</sup>和三维实体单元模型<sup>[25]</sup>。总之, 非协调模式在非线性有限元分析中的应用越来越受到重视, 无论从理论上还是从实践上都已发展到一定水平。

对于工程实际的很多问题, 譬如板料成形数值模拟中模具的小圆角处, 板料在该区域处实际应力、应变状态非常复杂, 如果采用常规的壳单元进行分析, 特别是用于板料成形的回弹分析, 势必造成较大的误差。工程实际的需要, 迫切需要计算力学的理论有进一步的发展。90 年代中后期, 德国学者 Büchter, Sansour 和 Braun 等考虑了壳体厚度方向的应力、应变, 每个中面节点采用 7 个参数, 提出了一种全新的壳体单元模型—7 参数壳单元<sup>[22~24]</sup>。Parisch, Hauptman 和 Miehe 等考虑了壳体厚度方向的应力、应变, 提出了另一种壳体单元模型—固壳单元<sup>[19~21]</sup>。两种单元模型都突破了传统壳体理论

的限制，即认为：变形前垂直于中面的法线在变形过程中仍保持为直线，但不再垂直于中面；考虑壳体厚度方向的应力及应变。两种壳单元模型都避免了使用转动自由度，这给处理实际问题带来了很大方便，特别是用于大变形分析。这表现在以下几个方面：

1) 边界条件的处理。传统的退化壳元需要在每个节点建立节点坐标系，并且还有一个棘手的问题，即对于软或硬的接触边界，如何处理垂直于边界的转动。

2) 对于大变形问题，采用转动自由度的退化壳元需要对转动进行复杂的转动处理，无论是 T. L. 格式还是 U. L. 格式，对 U. L. 格式可能需要限制载荷步长。

3) 退化壳元不能直接使用一般的三维本构关系，而是按照平面应力条件采用广义平面应力本构关系。

4) 退化壳元和一般的固体单元连接，需要采用过渡单元或多点约束方程。由于固壳元或 7 参数壳元无转动自由度，因此克服了上述退化壳元的种种缺陷，有着很好的应用前景。但这并不是否定退化壳元在工程实际问题中的应用，相反，退化壳元用于壳体结构的一般区域是简明有效的，而在壳体结构的特殊区域可采用固壳元、7 参数壳元或三维实体单元，联合使用多种类型的单元是板料成形数值模拟的一种明智选择。固壳元和 7 参数壳元存在着 5 种自锁问题<sup>[24,26]</sup>，即：横向剪切自锁、薄膜自锁、体积自锁、厚向泊松自锁和厚向曲率自锁，构造时可采用 EAS、ANS 或其他方法加以消除。

## 4 发展趋势

在非线性有限元分析中，低阶单元由于拥有计算效率、健壮性及易于使用等诸多优势而被广泛采用。相反，高阶单元在处理接触问题及网格扭曲时 Jacobian 矩阵的求逆计算存在很大的困难，因而很少被使用。但低阶单元显然不具备高阶单元的计算精度，因此在非线性有限元分析中，如何提高低阶单元的计算精度是当今世界 CAE 分析面临的一个重要课题。非线性有限元分析中的非协调模式是提高单元计算精度的重要手段，在低阶单元中采用 EAS 方法可以获得高阶单元的计算精度。此外，在构造有限元模型时，EAS 方法也是克服单元诸多自锁问题的重要手段。

当前，适用于板料成形数值模拟的新型有限元模型不断涌现，而非线性有限元分析的非协调模式已成为国际计算力学界研究的热点及难点，是板料成形 CAE 分析的一个重要发展方向。但非协调模式用于非线性有限元分析的一个很大缺陷是降低了计算效率，成为制约其发展的瓶颈。随着计算机技术的不断进步，计算速度会越来越高，各种先进的计算方法会不断涌现，非线性有限元分析的非协调模式将会成为解决工程实际问题的重要手段。

## 参考文献

- [1] 铁摩辛柯等. 板壳理论. 北京: 科学出版社, 1977
- [2] Hughes T J R, Liu W K. Nonlinear finite element analysis of shells: Part I Three-dimensional shells. *Comput Meth Appl Mech Engng*, 1998, 155: 193~234
- [3] Belytschko T, et al. Explicit algorithms for the nonlinear dynamics of shells. *Comput Meth Appl Mech Engng*, 1984, 42: 225~251
- [4] Ahmad S, et al. Analysis of thick and thin shell structure by curved finite element. *Int J Numer Meth Engng*, 1970, 2: 419~451
- [5] Belytschko T, et al. Physical stabilization of the 4-node shell element with one point quadrature. *Comput Meth Appl Mech Engng*, 1994, 113: 321~350
- [6] Zeng Q, et al. A new one-point quadrature, general non-linear quadrilateral shell element with physical stabilization. *Int J Numer Meth Engng*, 1998, 42: 1307~1338
- [7] Kawka M, et al. Plastic anisotropic in FEM analysis using degenerated solid element. *Journal of Materias Processing Technology*, 1996, 60: 239~242
- [8] Tabiei A, et al. A nonlinear higher order shear deformation shell element for dynamic explicit analysis: Part I. Formulation and finite element equations. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2000, 36: 17~37
- [9] Tabiei A, et al. A nonlinear higher order shear deformation shell element for dynamic explicit analysis: Part II. Performance validation through standard tests. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2000, 36: 39~50
- [10] 董湘怀. 轴对称及三维金属板料成形过程的有限元模拟: [博士学位论文]. 武汉: 华中理工大学, 1991
- [11] 吴勇国等. 薄壳单元有限元方程及其在板料成形中

- 的应用. 华中理工大学学报, 1994, 22 (2): 124~128
- [12] 吴勇国等. 板料成形有限元分析的显式算法. 塑性工程学报, 1995, 2 (3): 31~36
- [13] 柳玉启等. 板料成形离散 Kirchhoff 理论单元模型. 塑性工程学报, 1995, 2 (4): 31~39
- [14] 雷正保等. 受冲薄臂结构动力效应的显式有限元分析. 力学学报, 2000, 32 (1): 70~77
- [15] Simo J C, Rifai M S. A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 1990, 29: 1595~1638
- [16] Simo J C, Armero F. Geometrically non-linear enhanced strain mixed methods and the method of incompatible modes. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 1992, 33: 1413~1449
- [17] Simo J C, Armero F. Improved versions of assumed enhanced strain tri-linear elements for 3D finite deformation problems. *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, 1993, 110: 359~386
- [18] Büchter N, et al. 3D-extension of nonlinear shell equations based on the enhanced assumed strain concept. In: Hirsch Ch, Periaux J, Onate E, editors. *Computational Methods in Applied Sciences*. Amsterdam, 1992, 55~62
- [19] Parisch H. A continuum-based shell theory for non-linear applications. *Int J Numer Meth Engng* 1995, 38: 1855~1883
- [20] Hauptmann R, Schweizerhof K. A systematic development of 'solid-shell' element formulations for linear and non-linear analyses employing only displacement degrees of freedom. *Int J Numer Meth Engng*, 1998, 42: 49~69
- [21] Miehe C. A theoretical and computational model for isotropic elastoplastic stress analysis in shells at large strains. *Comput Meth Appl Mech Engng*, 1998, 155: 193~234
- [22] Büchter N, et al. Three dimensional extension of non-linear shell formulation based on the enhanced assumed strain concept. *Int J Numer Meth Engng*, 1994, 37: 2551~2568
- [23] Sansour C. A theory and finite element formulation of shells at finite deformation involving thickness change. *Arch Appl Mech*, 1995, 65: 194~216
- [24] Bischoff M, Ramm E. Shear deformable shell elements for large strains and rotations. *Int J Numer Meth Engng*, 1997, 40: 4427~4449
- [25] Puso M A. A highly efficient enhanced assumed strain physically stabilized hexahedral element. *Int J Numer Meth Engng*, 2000, 49: 1029~1064
- [26] Hauptmann R, et al. 'Solid-shell' elements with linear and quadratic shape functions at large deformations with nearly incompressible materials. *Computers and Structures*, 2001, 79: 1671~1685

## The finite element models and their application in numerical simulation of sheet metal deforming—part II : the shell element models

WANG Jin-yan CHEN Jun SUN Ji-xian LI Ming-hui  
(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030 China)

**Abstract:** The research and development survey of the shell element models in sheet metal deforming simulation is reviewed. Several classical shell element models used in sheet metal deforming simulation and their characteristics are explained and compared with, the international research hot topic and development trend in this field at present are pointed out.

**Key words:** shell element models; locking; hourglass; implicit algorithm; explicit algorithm